РГПУ им. А.И. Герцена

Тема «Основные теоремы линейного программирования»

Иванов Д.В., 2ИВТ, 1 группа, 2 подгруппа

***Задача***

Для изготовления n видов изделий И1, И2, ..., Иn необходимы ресурсы m видов: трудовые, материальные, финансовые и др. Известно необходимое количество отдельного i-ro ресурса для изготовления каждого j-ro изделия. Назовем эту величину нормой расхода. Пусть определено количество каждого вида ресурса, которым предприятие располагает в данный момент. Известна прибыль Пj, получаемая предприятием от изготовления каждого j-ro изделия. Требуется определить, какие изделия и в каком количестве должно изготавливать предприятие, чтобы обеспечить получение максимальной прибыли. Необходимая исходная информация представлена в таблице 3.1.

Таблица 3.1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Используемые ресурсы | Изготавливаемые изделия | | | | Наличие ресурсов |
| И1 | И2 | И3 | И4 |
| Трудовые | 3 | 5 | 2 | 7 | 15 |
| Материальные | 4 | 3 | 3 | 5 | 9 |
| Финансовые | 5 | 6 | 4 | 8 | 30 |
| Прибыль Пj | 40 | 50 | 30 | 20 |  |

***Создадим математическую модель***

***Базисное решение:*** (0, 0, 0, 0, 15, 9, 30)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базисные переменные | Свободные члены | Коэффициенты при базисных и небазисных переменных | | | | | | |
| xj | ai | x1 | x2\* | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 |
| x5\* | 15 | 3 | 5\* | 2 | 7 | 1 | 0 | 0 |
| x6 | 9 | 4 | 3 | 3 | 5 | 0 | 1 | 0 |
| x7 | 30 | 5 | 6 | 4 | 8 | 0 | 0 | 1 |
| Пj | 0 | 40 | 50 | 30 | 20 | 0 | 0 | 0 |

***Проверка базисного решения на оптимальность***

Просматриваются знаки коэффициентов при небазисных переменных в целевой функции (критерий оптимизации) - последняя строка таблицы.

В данной задаче решение не оптимально, так как все коэффициенты целевой функции при небазисных переменных положительны.

***Проверка задачи на наличие решения***

Если при какой-либо небазисной переменной, имеющей положительный коэффициент в целевой функции, окажется, что столбец коэффициентов при этой же переменной в системе уравнений состоит из одних неположительных чисел, то максимальное значение целевой функции стремится к бесконечности, то есть задача решений не имеет. В данной задаче решение имеется.

***Выбор разрешающего элемента***

Наиболее простой и чаще всего используемый способ состоит в выборе той небазисной переменной, которой соответствует наибольший положительный коэффициент в целевой функции. В нашей задаче это переменная х2 (наибольший положительный коэффициент равен 50). Значит, х2 необходимо ввести в базис.

***Определение базисной переменной, которая должна быть выведена из базиса***

Для всех положительных коэффициентов при вводимой в базис переменной в системе уравнений определяется отношение свободного члена уравнения к коэффициенту при вводимой в базис переменной. Для нашей задачи это будут следующие отношения: 15/5 = 3; 9/3 = 3; 30/6 = 5.

Минимальное из полученных отношений указывает строку, базисную переменную, которая должна быть выведена из базиса. При наличии нескольких одинаковых отношений берется любое. В нашей задаче выведем из базиса переменную х5.

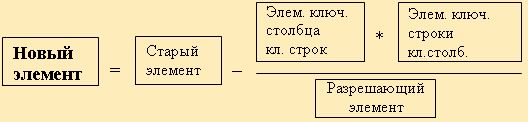
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базисные переменные | Свободные члены | Коэффициенты при базисных и небазисных переменных | | | | | | |
| xj | ai | x1 | x2 | x3\* | x4 | x5 | x6 | x7 |
| x2 | 3 | 3/5 | 1 | 2/5 | 7/5 | 1/5 | 0 | 0 |
| x6\* | 0 | 11/5 | 0 | 9/5\* | 4/5 | -3/5 | 1 | 0 |
| x7 | 12 | 7/5 | 0 | 8/5 | -2/5 | -6/5 | 0 | 1 |
| Пj | -150 | 10 | 0 | 10 | -50 | -10 | 0 | 0 |

***Представление новой базисной переменной через небазисные.***

Строится новая симплекс-таблица. Отмечается звездочкой строка и столбец в предыдущей симплекс-таблице, соответственно для выводимой из базиса и для вводимой в него переменной. Коэффициент, находящийся на пересечении строки и столбца, отмеченных звездочками, называется разрешающим и помечается звездочкой. Все коэффициенты строки, отмеченной звездочкой, делятся на разрешающий элемент, а результаты расчета заносятся в новую симплекс-таблицу. В нашей задаче на первой итерации разрешающий элемент равен 5.

Результаты деления каждого элемента строки, отмеченной звездочкой, на разрешающий коэффициент заносятся в строку 1 новой таблицы.

***Представление остальных базисных переменных и целевой функции через новый набор небазисных переменных.***



Аналогичные преобразования проводим и для других строк.

Поскольку в последней строке таблицы в целевой функции не все коэффициенты при небазисных переменных неположительны, то решение не оптимально; следовательно, выполняется следующий итерационный цикл и строится новая симплекс-таблица.

Цикл расчета проводится до тех пор, пока не будет найдено оптимальное решение.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базисные переменные | Свободные члены | Коэффициенты при базисных и небазисных переменных | | | | | | |
| xj | ai | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 |
| x2 | 3 | 1/9 | 1 | 0 | 1/9 | 1/3 | -2/9 | 0 |
| x3 | 0 | 11/9 | 0 | 1 | 4/9 | -3/9 | 5/9 | 0 |
| x7 | 12 | -5/9 | 0 | 0 | -10/9 | -2/3 | -8/9 | 1 |
| Пj | -150 | -20/9 | 0 | 0 | -490/9 | -20/3 | -50/9 | 0 |

В качестве вводимой в базис небазисной переменной берем х3 (можно x1) как имеющую наибольший положительный коэффициент. Отмечаем звездочкой столбец х3. В качестве выводимой из базиса переменной берем х6, так как для нее частное от деления свободного члена на соответствующий коэффициент минимально. Разрешающий множитель равен 9/5.

Последняя строка таблицы не содержит положительных коэффициентов при небазисных переменных. Анализируя полученное решение, видим, что оно оптимально и выглядит так:

(х1, х2, х3, х4, х5, х6, х7)

(0, 3, 0, 0, 0, 0, 12).

***Вывод***

Из полученного решения видно, что изделия ИI, И3 и И4 предприятие изготавливать не должно. Цифра в переменной x2 определяет изделие, планируемое для изготовления, следовательно, предприятие будет производить только второе изделие в количестве 3 единиц.

Оптимальное распределение ресурсов обеспечит получение максимальной прибыли, которая составит 150 единиц.

При этом материальные и трудовые ресурсы будут задействованы полностью, а финансовые - недоиспользованы на 12 единиц.